MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

Simona Bratu
Adrian Motomancea
Ion Apostol

Fizică

Manual pentru clasa a XI - a

F1

EDITURA DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ S.A.

CUPRINS

Capitolul 1

OSCILAȚII MECANICE

1.1. FENOMENE PERIODICE. PROCESE OSCILATORII ÎN NATURĂ ȘI ÎN TEHNICĂ

Un fenomen sau o mişcare se numeşte periodică dacă se repetă la intervale de timp egale. În natură întâlnim multe fenomene periodice, ca de exemplu: alternanța anotimpurilor, alternanța zi-noapte, fluxul şi refluxul, bătăile inimii, mişcarea valurilor, tangajul şi ruliul unei nave, vibrațiile lamelei de cuarț într-un ceas electronic, vibrațiile atomilor în solide în jurul pozițiilor de echilibru etc.

O categorie importantă de fenomene periodice o reprezintă oscilațiile. Acestea se caracterizează prin variația periodică în timp a mărimilor caracteristice şi prin transformarea energiei, periodic, dintr-o formă în alta.

Oscilațiile pot fi:
– mecanice (energia cinetică se transformă în energie potențială şi invers);
– electromagnetice (energia electrică trece în energie magnetică şi invers);
– termice, în cazul variației periodice a parametrilor termici ai unui sistem.

Primul capitol al acestui manual este dedicat studiului oscilațiilor mecanice iar capitolul al doilea – propagării în spațiu şi timp a oscilațiilor prin unde.

Experimente

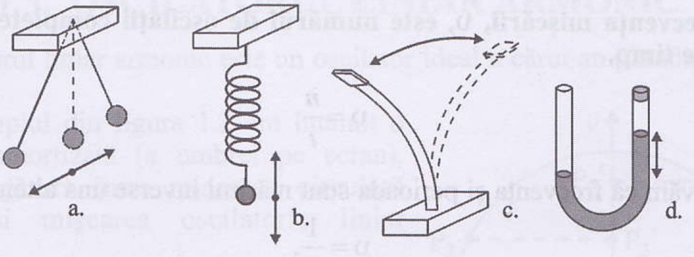

Fig. 1.1. Exemple de oscilatori: a) pendul gravitațional; b) pendul elastic; c) pendul cu arc lamelar; d) coloană de apă oscilantă.

1. De un fir lung şi inextensibil suspendăm un corp pe care-l scoatem apoi din poziția de echilibru (fără să-i dăm o deviație prea mare față de poziția de repaus) (fig. 1.1, a). Greutatea corpului suspendat va determina revenirea lui către poziția de echilibru. Un astfel de sistem este numit *pendul gravitațional*.

2. De un resort suspendăm un corp şi prin intermediul lui tragem resortul în jos. Lăsat liber, sistemul se mişcă în sus şi în jos sub acțiunea forței elastice. Acesta este un exemplu de *pendul elastic* (fig. 1.1, b).

3. O bandă de oțel se fixează la unul din capete (fig. 1.1, c); celălalt capăt este deviat și apoi lăsat liber. Lama va vibra (oscila) între două poziții extreme, de-o parte și de alta a poziției de echilibru. Sistemul se numește *pendul cu arc lamelar.*

4. Într-un tub de sticlă îndoit în formă de U turnăm apă. Astupăm unul din capete cu un dop și suflăm aer la celălalt capăt. Coloana de apă este pusă în mișcare și, ca urmare a acestui impuls inițial, va executa oscilații de-o parte și de alta a unei poziții de echilibru. Este vorba de o *coloană oscilantă de lichid.* (fig. 1.1, d).

În toate cazurile de mai sus are loc o mișcare continuă de o parte și de alta a unei poziții inițiale de repaus.

Mișcarea care se repetă la intervale de timp egale și se desfășoară simetric față de o poziție de echilibru se numește mișcare oscilatorie.

1.2. MĂRIMI CARACTERISTICE MIȘCĂRII OSCILATORII

Pentru studiul mișcării oscilatorii se definesc următoarele mărimi fizice:

1. Perioada mișcării oscilatorii, T, reprezintă timpul necesar efectuării unei oscilații complete.

Dacă notăm cu *n* numărul de oscilații complete efectuate de oscilator în intervalul de timp *t*, atunci avem:

$$T = \frac{t}{n}.$$

Unitatea de măsură în S.I. este:

$$[T]_{SI} = 1s.$$

2. Frecvența mișcării, υ, este numărul de oscilații complete efectuate în unitatea de timp.

$$\upsilon = \frac{n}{t}.$$

Observăm că frecvența și perioada sunt mărimi inverse una alteia:

$$\upsilon = \frac{1}{T}.$$

De aceea rezultă:

$$[\upsilon]_{SI} = 1s^{-1} = 1\text{Hz}.$$

3. Elongația mișcării, *y*, reprezintă depărtarea (deplasarea) oscilatorului față de poziția de echilibru la un moment dat.

În S.I. unitatea de măsură a elongației este metrul:

$$[y]_{SI} = 1\text{m}.$$

4. Amplitudinea mişcării, A, este elongaţia maximă pe care o poate avea oscilatorul în timpul oscilaţiei.

Amplitudinea se măsoară în S.I. ca şi elongaţia, în metri.

Dacă în exemplele prezentate în fig. 1.1 lăsam sistemele (corpurile) să oscileze un interval de timp mai mare, observăm că amplitudinea de oscilaţie scade în timp.

Oscilaţia în timpul căreia amplitudinea scade datorită forţelor de rezistenţă (frecare) se numeşte **oscilaţie amortizată**.

Amortizarea oscilaţiilor libere ale unui sistem mecanic este cauzată de pierderile de energie inevitabile prin frecare şi rezistenţa aerului, datorită cărora se cedează mediului înconjurător energie sub formă de căldură.

Dacă însă amplitudinea de oscilaţie rămâne neschimbată de la o oscilaţie la alta, este vorba de **oscilaţie neamortizată**.

Un exemplu de mişcare oscilatorie neamortizată este ilustrat de următorul experiment:

Experiment

Pe marginea unui disc fixăm o bilă. Rotim discul cu viteză unghiulară constantă (fig. 1.2). Cu ajutorul unei lămpi de proiecţie, proiectăm pe un ecran mişcarea bilei de pe disc.

Vom constata că umbra bilei are o mişcare periodică, simetrică faţă de poziţia de echilibru. Mişcarea oscilatorie a umbrei bilei are amplitudine constantă în timp, deci este neamortizată.

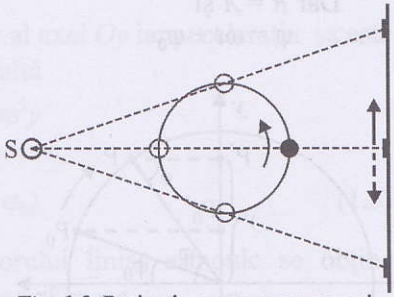

Fig. 1.2. Proiecţia pe un ecran a unei mişcări circulare uniforme.

1.3. OSCILATORUL LINIAR ARMONIC

Oscilatorul liniar armonic este un oscilator ideal a cărui amplitudine nu scade în timp.

În exemplul din figura 1.2 am întâlnit o oscilaţie neamortizată (a umbrei pe ecran). Există o legătură între mişcarea circulară uniformă şi mişcarea oscilatorie liniar armonică.

Să urmărim în acelaşi timp mişcarea circulară uniformă cu viteza unghiulară ω pe un cerc de rază R a unui punct material P de masă m, şi mişcarea proiecţiei sale P' pe axa Oy (diametrul vertical) (fig. 1.3).

Observăm că în timp ce punctul P de pe cerc face o rotaţie completă, proiecţia sa P' efectuează o oscilaţie completă cu amplitudinea $A = R$ (egală cu raza cercului).

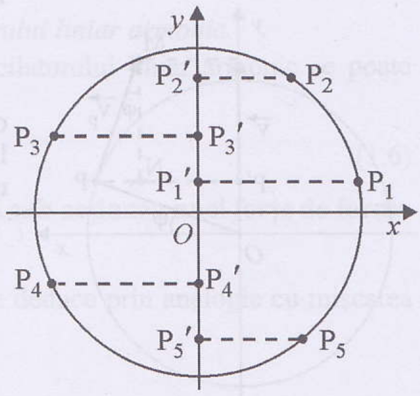

Fig. 1.3. Mişcarea concomitentă a punctului P şi a proiecţiei sale P'.

Pentru a stabili formulele caracteristice oscilatorului liniar armonic vom folosi analogia cu mișcarea circulară.

1.3.1. Relații între mărimile caracteristice

1. Elongația y a oscilatorului la un moment dat t se obține prin proiectare pe diametrul vertical a razei vectoare ce caracterizează poziția punctului P de pe cerc la acel moment dat.

$$y = OP'.$$

Din triunghiul OPP':

$$\sin\varphi = \frac{y}{R}$$

Rezultă $y = R\sin\varphi$.
Dar $R = A$ și
$\varphi = \omega t + \varphi_0$

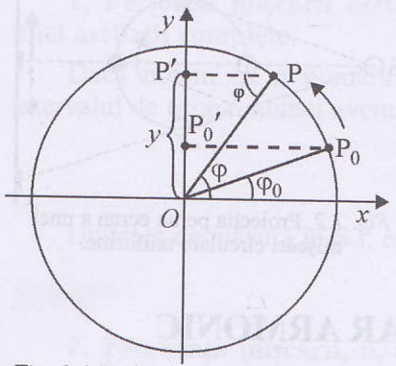

Fig. 1.4. Proiecția mișcării circulare pe diametru. Elongația

deci elongația oscilatorului liniar armonic are expresia:

$$y = A\sin(\omega t + \varphi_0). \tag{1.1}$$

unde $\begin{cases} \omega = \text{pulsația oscilațiilor}, & [\omega]_{SI} = \dfrac{\text{rad}}{\text{s}} \\ \varphi_0 = \text{faza inițială}, & [\varphi_0]_{SI} = \text{rad}. \end{cases}$

Dacă în fig. 1.4 oscilatorul P' ar fi fost la momentul inițial în P'_0 (corespunzător punctului P_0 de pe cerc), faza la momentul inițial ar fi fost φ_0.

Atunci, la momentul t, faza este $\varphi = \omega t + \varphi_0$. Unitatea de măsură în S.I. pentru fază este

$$[\varphi]_{SI} = \text{rad}.$$

2. Viteza oscilatorului liniar armonic se obține prin proiectarea pe diametru a vitezei liniare v_P a punctului P aflat în mișcare circulară uniformă.

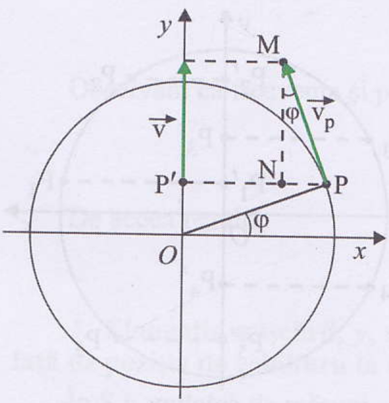

Fig. 1.5. Viteza oscilatorului liniar armonic.

$$\text{În } \Delta MPN, \cos\varphi = \frac{MN}{MP} = \frac{v}{v_P}.$$

Rezultă $v = v_P\cos\varphi$.

Dar viteza liniară a punctului P este (de la mișcarea circulară uniformă):

$$v_P = \omega R$$

iar faza mișcării este

$$\varphi = \omega t + \varphi_0.$$

Rezultă:

$$v = \omega A \cos(\omega + \varphi_0). \quad (1.2)$$

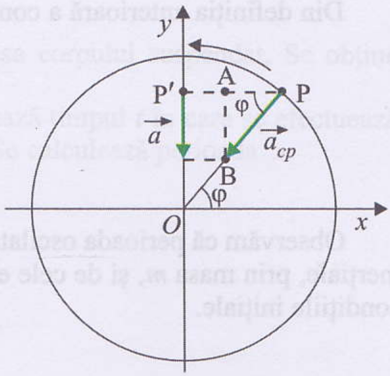

Fig. 1.6. Accelerația oscilatorului liniar armonic.

3. Accelerația oscilatorului liniar armonic va fi obținută prin același procedeu: proiectăm pe diametrul vertical accelerația punctului P (accelerația centripetă $a_{cp} = \omega^2 R$).

$$\text{În } \Delta APB, \sin\varphi = \frac{AB}{BP} = \frac{a}{a_{cp}}.$$

Întrucât mișcarea lui P' este în sensul poziti v al axei Oy iar accelerația sa este îndreptată în sens contrar sensului de mișcare, rezultă

$$a = -\omega^2 R \sin\varphi = -\omega^2 y$$

adică

$$a = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (1.3)$$

4. Forța responsabilă de mișcarea oscilatorului liniar armonic se obține aplicând principiul al II-lea al mecanicii newtoniene: $F = ma$.

Rezultă:

$$F = -m\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (1.4)$$

Întrucât pentru un oscilator dat m și ω sunt constante, notăm

$$k = m\omega^2. \quad (1.5)$$

unde k se numește *constanta elastică a oscilatorului liniar armonic.*

Atunci, forța responsabilă de mișcarea oscilatorului liniar armonic se poate scrie:

$$F = -ky. \quad (1.6)$$

***Definiție.* Un punct material care se mișcă sub acțiunea unei forțe de forma $F = -ky$ se numește oscilator liniar armonic.**

5. Perioada oscilatorului liniar armonic se deduce prin analogie cu mișcarea circulară uniformă, unde

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Din definiția anterioară a constantei elastice a oscilatorului rezultă

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \text{ deci}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}. \qquad (1.7)$$

Observăm că perioada oscilatorului liniar armonic depinde de proprietățile sale inerțiale, prin masa m, şi de cele elastice, prin constanta elastică k şi nu depinde de condițiile inițiale.

ACTIVITATE EXPERIMENTALĂ

Pendulul elastic

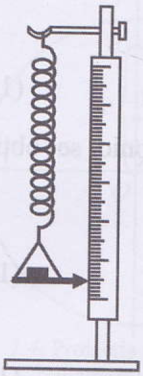

Fig. 1.7.

Tema: Determinarea constantei elastice k a unui resort prin metoda statică şi prin metoda dinamică.

Materiale necesare

Se foloseşte un oscilator armonic simplu confecționat dintr-un resort din sârmă subțire de oțel fixat la capătul superior de un suport vertical. De capătul inferior se suspendă un mic platan prevăzut cu un ac indicator orizontal şi cu un cârlig pentru agățarea diferitelor mase. Resortul împreună cu platanul şi greutățile pot oscila în fața unei rigle verticale gradate în mm şi cm. Indicatorul orizontal permite citirea exactă a deplasărilor (fig. 1.7).

Modul de lucru

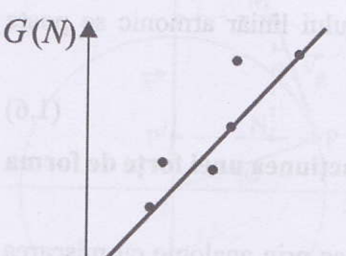

Fig. 1.8. Determinarea constantei elastice k prin metoda statică.

I. Metoda statică

Se suspendă de platan diferite mase marcate. Se măsoară şi se notează deplasările corespunzătoare fiecărei greutăți. Citirea diviziunii este corectă atunci când ochiul observatorului şi acul indicator se află pe aceeaşi orizontală.

Se face o reprezentare grafică luând pe ordonată valorile greutății *G(N)* iar pe abscisă deplasările *y(m)* corespunzătoare (fig. 1.8). Din acest grafic se va determina panta dreptei $G = ky$, adică constanta k.

Întrucât se lucrează cu sistemul aflat în echilibru, aceasta este o metodă statică.

II. Metoda dinamică

Se cântăreşte resortul cu platanul şi cu masa corpului suspendat. Se obţine astfel m.

Se pune sistemul în oscilaţie. Se cronometrează timpul t în care se efectuează n oscilaţii complete, de exemplu 20 de oscilaţii. Se calculează perioada

$$T = \frac{t}{n}.$$

Dar ştim că $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, deci

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}.$$

Rezultatele se vor trece într-un tabel de forma:

Nr. crt.	m (kg)	n	t (s)	T (s)	T_{med} (s)	k (N/kg)	k_{med} (N/kg)

Se vor face câte 3 măsurători pentru 3 mase diferite, calculându-se valoarea medie.

Pentru un acelaşi resort, valoarea constantei elastice k determinată prin metoda statică trebuie să fie aproximativ egală cu cea determinată prin metoda dinamică.

Probleme rezolvate

1. Un oscilator liniar ce oscilează cu amplitudinea $A = 2$ cm se află după $t_1 = 0{,}01$ s de la începerea mişcării la distanţa $y_1 = \sqrt{2}$ cm de poziţia de echilibru. Se cer:

a) perioada oscilaţiilor;
b) viteza oscilatorului în poziţia dată;
c) acceleraţia maximă.

Faza iniţială a oscilaţiei este nulă.

Rezolvare

Înlocuim în expresia elongaţiei $y = A\sin(\omega + \varphi_0)$ datele problemei şi obţinem

$$\sqrt{2} = 2\sin\omega\cdot 0{,}01$$

deci $\sin\omega\cdot 0{,}01 = \frac{\sqrt{2}}{2}$, adică $\omega\cdot 0{,}01 = \frac{\pi}{4}$.

Rezultă

$$\omega = \frac{100\pi}{4} = 25\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

a)

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2}{25} = 0{,}08 \text{ s}.$$

b)

$$v_1 = \omega A \cos \omega t_1$$

Dar, de mai sus, avem că

$$\omega t_1 = \frac{\pi}{4}$$

deci

$$v_1 = 25\pi \cdot 2 \cdot \cos\frac{\pi}{4} = 25\sqrt{2}\pi \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 1{,}1 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

c) $a_{max} = \omega^2 A = 625\pi^2 \cdot 2 \cdot 10^{-2} = 123{,}2 \text{ m/s}^2.$

2. Un oscilator constituit dintr-un punct material cu masa $m = 1{,}6 \cdot 10^{-2}$ kg, atârnat de capătul unui resort, vibrează sub acțiunea forței elastice a resortului, ecuația elongației având forma:

$$y = 10^{-1} \sin\left(\frac{\pi}{8}t + \frac{\pi}{8}\right)(m).$$

Aflați:

a) perioada;
b) viteza maximă;
c) forța maximă ce acționează asupra punctului material;
d) în cât timp τ corpul efectuează drumul de la jumătatea amplitudinii la $\frac{\sqrt{3}}{2}$ din amplitudine?

Rezolvare

a) Prin identificare cu ecuația oscilatorului liniar armonic, găsim că:

$$A = 10^{-1} \text{m}, \ \omega = \frac{\pi}{8} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \text{ și } \varphi_0 = \frac{\pi}{8} \text{rad}.$$

Deci

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 16 \text{ s}.$$

b)

$$v_{max} = \omega A = 3{,}92 \text{ cm/s};$$

c)

$$F_{max} = m\omega^2 A = 2{,}46 \cdot 10^{-4}\,N;$$

d) Dacă la momentul t_1 elongația era $y_1 = \frac{1}{2}A$ iar la momentul t_2 elongația devine $y_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}A$ atunci $\tau = t_2 - t_1$.

Dar cum la momentul t_1 știm că $\frac{1}{2}A = \sin(\omega t_1 + \varphi_0)$, rezultă că

$$\sin\left(\frac{\pi}{8}t_1 + \frac{\pi}{8}\right) = \frac{1}{2},\text{ deci } \frac{\pi}{8}t_1 + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{6}.$$

Obținem că $t_1 = \frac{1}{3}$s.

Analog: $$\frac{\sqrt{3}}{2}A = A\sin(\omega t_2 + \varphi_0)$$

adică $$\sin\left(\frac{\pi}{8}t_2 + \frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

deci $$\frac{\pi}{8}t_2 + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{3}.$$

Rezultă $$t_2 = \frac{5}{3}\text{s},$$

adică $$\tau = t_2 - t_1 = \frac{4}{3}\text{s}.$$

3. Ecuația oscilației unui punct material de masă $m = 10$ g este $y = 2\sqrt{3} \cdot 10^{-3}\left(\sin 5t - \frac{1}{\sqrt{3}}\cos 5t\right)$.

a) Să se determine faza inițială și amplitudinea.

b) Să se calculeze forța maximă ce acționează în timpul oscilațiilor.

Rezolvare

Se prelucrează expresia elongației și, printr-un artificiu de calcul, se scrie astfel încât să se poată folosi formula trigonometrică

$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\sin\beta\cos\alpha.$$

Astfel, înmulțind și împărțind cu 2 și introducând în paranteză $\sqrt{3}$, obținem

$$y=4\cdot10^{-3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 5t-\frac{1}{2}\cos 5t\right),$$

ceea ce înseamnă

$$y=4\cdot10^{-3}\left(\cos\frac{\pi}{6}\sin 5t-\sin\frac{\pi}{6}\cos 5t\right),$$

adică

$$y=4\cdot10^{-3}\sin\left(5t-\frac{\pi}{6}\right),$$

de unde

$$A=4\cdot10^{-3}\,\mathrm{m},\ \text{iar}\ \varphi_0=-\frac{\pi}{6}.$$

b)

$$F_{\max}=m\omega^2A=10^{-2}\cdot25\cdot4\cdot10^{-3}=10^{-3}\,\mathrm{N}=1\,\mathrm{mN}.$$

4. Un corp suspendat de un resort execută oscilații armonice. Dacă la momentul t_1 are elongația $y_1=2$ cm și la momentul t_2 elongația este $y_2=3$ cm, iar vitezele corespunzătoare acestor momente sunt $v_1=5$ m/s respectiv $v_2=4$ m/s, aflați valoarea amplitudinii și a pulsației.

Rezolvare

$$\begin{cases}x_1=A\sin(\omega t_1+\varphi_0)\\ v_1=\omega A\cos(\omega t_1+\varphi_0)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left(\dfrac{x_1}{A}\right)^2=\sin^2(\omega t_1+\varphi_0)\\ \left(\dfrac{v_1}{\omega A}\right)^2=\cos^2(\omega t_1+\varphi_0).\end{cases}$$

Adunăm ecuațiile membru cu membru. Rezultă:

$$\frac{x_1^2}{A^2}+\frac{v_1^2}{\omega^2A^2}=1.$$

Procedând analog pentru momentul t_2, obținem:

$$\frac{x_2^2}{A^2}+\frac{v_2^2}{\omega^2A^2}=1.$$